

### 3.3 物理量的測量結果

#### 【量子公設三】

一物理量  $A$  唯一可能的測量結果，就是其對應運算子  $\hat{A}$  之固有值  
*The only possible result of the measurement of a physical quantity  $A$  is one of the eigenvalues of the corresponding observable  $\hat{A}$ .*

故在量子系統裡，某一物理量之測量結果，不僅是由實驗值決定，更是由此物理量之運算子來決定。若運算子  $\hat{A}$  的固有值是不連續的分離值，即意謂，測量的結果被量子化了。

由於科學實驗上所量測到的值皆為實數，所以，若要如公設三要求，使運算子之固有值，對應到物理的實驗值，則此固有值必須為實數。而我們已知，能永遠產生實數固有值唯一可能的運算子，就是厄米特運算子，此與公設二互相呼應。在此，再強調一次，任一物理量之運算子  $\hat{A}$ ，若有

$$\hat{A}|\varphi_n\rangle = a_n|\varphi_n\rangle \quad (3.19)$$

其中  $a_n$  為固有值或實驗值， $\varphi_n$  為對應的固有向量，則  $\{|\varphi_n\rangle\}$  必為  $\hat{A}$  所作用的狀態空間  $\varepsilon$  之基底。

#### 例 3.4

求在一維空間中，對自由運動質點做測量時，所得到的動量與能量值。

**解** 在一維空間中，一不受力的自由質點，或位能  $V(x)=0$ ，的波函數為

$\varphi(x) = e^{ikx}$ ，其中  $k$  為粒子所對應之平面波的波數。則動量的測量結果由

$$\hat{P}\varphi(x) = -i\hbar \frac{d}{dx} e^{ikx} = \hbar k \varphi(x) = p \varphi(x) \quad (3.20)$$

之固有值方程式得知，測量出動量值為  $\hbar k$ ，此理論值與 de Broglie 的物質波結果完全吻合。同理，對能量之測量結果由

$$E = T + V = \frac{p^2}{2m} \quad \text{或} \quad \hat{H}\varphi(x) = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} e^{ikx} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \varphi(x) = E \varphi(x) \quad (3.21)$$

之固有值方程式得知，測量出自由質點之能量值遂應為  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 。